

# Índice de Matérias

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Sistemas de Coordenadas Curvilíneas</b>              | <b>1</b> |
| 1.1      | Introdução . . . . .                                    | 1        |
| 1.2      | Superfícies e Linhas Coordenadas . . . . .              | 2        |
| 1.3      | Vector Deslocamento . . . . .                           | 4        |
| 1.4      | Sistemas Triortogonais . . . . .                        | 5        |
| 1.4.1    | Helicidade dos Sistemas Triortogonais . . . . .         | 6        |
| 1.5      | Taxa de Variação dos Versores . . . . .                 | 9        |
| 1.6      | Elementos de Linha, de Superfície e de Volume . . . . . | 12       |
| 1.6.1    | Elemento de Linha . . . . .                             | 12       |
| 1.6.2    | Elemento de Superfície . . . . .                        | 12       |
| 1.6.3    | Elemento de Volume . . . . .                            | 14       |
| 1.7      | Campos Escalares e Vectoriais . . . . .                 | 14       |
| 1.8      | Operadores Vectoriais . . . . .                         | 14       |
| 1.8.1    | O Operador $\nabla$ . . . . .                           | 15       |
| 1.8.2    | Derivada Direccional . . . . .                          | 16       |
| 1.8.3    | Gradiente de um Campo Escalar . . . . .                 | 17       |
| 1.8.4    | Divergência de um Campo Vectorial . . . . .             | 18       |
| 1.8.5    | Rotacional de um Campo Vectorial . . . . .              | 22       |
| 1.8.6    | Laplaciano . . . . .                                    | 28       |
| 1.9      | Mudança de Coordenadas . . . . .                        | 30       |
| 1.9.1    | Co-Senos Directores . . . . .                           | 30       |
| 1.9.2    | Cálculo dos Co-Senos Directores . . . . .               | 31       |
| 1.9.3    | Cálculo dos Factores de Escala . . . . .                | 32       |
| 1.9.4    | Transformação das Componentes de um Vector . . . . .    | 34       |
| 1.9.5    | Representação Matricial de um Vector . . . . .          | 35       |
| 1.9.6    | Rotação, Reflexão e Inversão de Coordenadas . . . . .   | 36       |
| 1.9.7    | Pseudo-Vectorios e Pseudo-Escalares . . . . .           | 39       |
| 1.10     | Sistemas de Coordenadas Ortogonais Especiais . . . . .  | 41       |
| 1.10.1   | Coordenadas Cartesianas . . . . .                       | 42       |
| 1.10.2   | Coordenadas Polares Esféricas . . . . .                 | 42       |
| 1.10.3   | Coordenadas Cilíndricas . . . . .                       | 43       |
| 1.10.4   | Coordenadas Cilíndrico Parabólicas . . . . .            | 44       |
| 1.10.5   | Coordenadas Cilíndrico Elípticas . . . . .              | 45       |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 1.10.6   | Coordenadas Parabólicas . . . . .           | 45         |
| 1.10.7   | Coordenadas Bipolares . . . . .             | 46         |
| 1.10.8   | Coordenadas Esferoidais Prolata . . . . .   | 47         |
| 1.10.9   | Coordenadas Esferoidais Oblata . . . . .    | 47         |
| 1.11     | Separação de Variáveis . . . . .            | 48         |
| 1.12     | Problemas Resolvidos . . . . .              | 51         |
| 1.13     | Problemas Propostos . . . . .               | 72         |
| 1.14     | Referências . . . . .                       | 78         |
| <b>2</b> | <b>Introdução ao Cálculo Variacional</b>    | <b>79</b>  |
| 2.1      | Introdução . . . . .                        | 79         |
| 2.2      | Noção de Funcional . . . . .                | 79         |
| 2.3      | Equação de Euler . . . . .                  | 80         |
| 2.3.1    | Uma Variável Dependente . . . . .           | 80         |
| 2.3.2    | Várias Variáveis Dependentes . . . . .      | 83         |
| 2.3.3    | Várias Variáveis Independentes . . . . .    | 84         |
| 2.3.4    | Notação Variacional . . . . .               | 86         |
| 2.3.5    | Multiplicadores de Lagrange . . . . .       | 87         |
| 2.3.6    | Variações Sujeitas a Restrições . . . . .   | 89         |
| 2.4      | Equações do Movimento de Lagrange . . . . . | 90         |
| 2.4.1    | Princípio de Maupertius . . . . .           | 90         |
| 2.4.2    | Coordenadas Generalizadas . . . . .         | 91         |
| 2.4.3    | Princípio de Hamilton . . . . .             | 92         |
| 2.4.4    | Força Generalizada . . . . .                | 94         |
| 2.5      | Restrições do Movimento . . . . .           | 95         |
| 2.5.1    | Constrições Holonómicas . . . . .           | 95         |
| 2.6      | Princípios de Conservação . . . . .         | 97         |
| 2.6.1    | Espaço e Tempo . . . . .                    | 97         |
| 2.6.2    | Conservação da Energia . . . . .            | 97         |
| 2.6.3    | Conservação do Momento Linear . . . . .     | 100        |
| 2.6.4    | Conservação do Momento Angular . . . . .    | 101        |
| 2.6.5    | Simetrias e Invariâncias . . . . .          | 104        |
| 2.7      | Equações Canónicas do Movimento . . . . .   | 104        |
| 2.8      | Problemas Resolvidos . . . . .              | 107        |
| 2.9      | Problemas Propostos . . . . .               | 121        |
| 2.10     | Referências . . . . .                       | 124        |
| <b>3</b> | <b>Espaços Vectoriais e Matrizes</b>        | <b>125</b> |
| 3.1      | Introdução . . . . .                        | 125        |
| 3.2      | Espaços Vectoriais . . . . .                | 125        |
| 3.2.1    | Vectores de Base . . . . .                  | 127        |
| 3.2.2    | Produto Interno . . . . .                   | 127        |
| 3.2.3    | Desigualdade de Schwarz . . . . .           | 129        |
| 3.2.4    | Desigualdade Triangular . . . . .           | 129        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.2.5    | Espaço Dual . . . . .  | 130        |
| 3.2.6    | Espaços Métricos . . . . .                                     | 132        |
| 3.2.7    | Ortogonalização de Gram-Schmidt . . . . .                      | 133        |
| 3.3      | Operadores Lineares . . . . .                                  | 134        |
| 3.3.1    | Algebra dos Operadores Lineares . . . . .                      | 135        |
| 3.3.2    | Comutador de Dois Operadores . . . . .                         | 136        |
| 3.3.3    | Operadores Lineares Nulo, Identidade e Inverso . . . . .       | 136        |
| 3.4      | Matrizes . . . . .   | 136        |
| 3.4.1    | Definição Básica . . . . .                                     | 136        |
| 3.4.2    | Uma Outra Definição . . . . .                                  | 137        |
| 3.4.3    | Adição de Matrizes . . . . .                                   | 138        |
| 3.4.4    | Multiplicação por Um Escalar . . . . .                         | 139        |
| 3.4.5    | Multiplicação de Matrizes . . . . .                            | 139        |
| 3.4.6    | Transformações Elementares . . . . .                           | 141        |
| 3.4.7    | A Matriz Unidade e a Matriz Nula . . . . .                     | 141        |
| 3.4.8    | Traço da Matriz . . . . .                                      | 142        |
| 3.4.9    | A Matriz Transposta . . . . .                                  | 142        |
| 3.4.10   | As Matrizes Complexo Conjugado e Conjugada Hermítica . . . . . | 142        |
| 3.4.11   | Determinante de Uma Matriz . . . . .                           | 143        |
| 3.4.12   | A Matriz Inversa . . . . .                                     | 145        |
| 3.4.13   | Tabela Resumo . . . . .  | 146        |
| 3.4.14   | Matrizes Quadradas Especiais . . . . .                         | 147        |
| 3.4.15   | Sistemas de Equações Lineares . . . . .                        | 150        |
| 3.5      | Vectores e Valores Próprios . . . . .                          | 151        |
| 3.5.1    | Vectores e Valores Próprios de Uma Matriz Normal . . . . .     | 152        |
| 3.5.2    | Vectores e Valores Próprios de Uma Matriz Hermítica . . . . .  | 154        |
| 3.5.3    | Determinação dos Valores e Vectores Próprios . . . . .         | 155        |
| 3.5.4    | Transformações de Semelhança . . . . .                         | 156        |
| 3.5.5    | Diagonalização de Matrizes . . . . .                           | 158        |
| 3.6      | Problemas Resolvidos . . . . .                                 | 160        |
| 3.7      | Problemas Propostos . . . . .                                  | 171        |
| 3.8      | Referências . . . . .  | 173        |
| <b>4</b> | <b>Espaços de Funções</b> . . . . .                            | <b>175</b> |
| 4.1      | Introdução . . . . .   | 175        |
| 4.2      | Espaços Vectoriais Infinitos de Funções . . . . .              | 175        |
| 4.2.1    | Produto Interno . . . . .                                      | 176        |
| 4.2.2    | Métrica . . . . .  | 177        |
| 4.3      | Espaço de Hilbert . . . . .                                    | 178        |
| 4.3.1    | Definição de Espaço de Hilbert . . . . .                       | 178        |
| 4.3.2    | Generalização das Noções de Funcional e Operador . . . . .     | 178        |
| 4.3.3    | Desigualdades de Schwarz e Triangular . . . . .                | 179        |
| 4.3.4    | Introdução ao Integral de Lebesgue . . . . .                   | 179        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 4.3.5    | Espaço $L^2$ . . . . .  | 179        |
| 4.3.6    | Base do Espaço $L^2$ . . . . .                                    | 180        |
| 4.4      | Operadores Lineares . . . . .                                     | 181        |
| 4.4.1    | Operadores Adjunto e Hermítico . . . . .                          | 181        |
| 4.4.2    | Operador de Projecção . . . . .                                   | 182        |
| 4.5      | Funções Próprias e Vectores Próprios . . . . .                    | 184        |
| 4.5.1    | Propriedades dos Operadores Hermíticos . . . . .                  | 185        |
| 4.6      | Espaço de Funções na Mecânica Quântica . . . . .                  | 186        |
| 4.6.1    | Espaço dos Estados . . . . .                                      | 186        |
| 4.6.2    | Operadores Lineares na Mecânica Quântica . . . . .                | 187        |
| 4.6.3    | Representação Matricial dos Bras, Kets e Operadores . . . . .     | 190        |
| 4.6.4    | O Número $\langle \varphi   \mathcal{A}   \psi \rangle$ . . . . . | 192        |
| 4.6.5    | Equação aos Valores Próprios . . . . .                            | 193        |
| 4.7      | Problemas Resolvidos . . . . .                                    | 193        |
| 4.8      | Problemas Propostos . . . . .                                     | 195        |
| 4.9      | Referências . . . . .   | 197        |
| <b>5</b> | <b>Variável Complexa</b> . . . . .                                | <b>199</b> |
| 5.1      | Números Complexos . . . . .                                       | 199        |
| 5.1.1    | Introdução . . . . .  | 199        |
| 5.1.2    | Definições . . . . .  | 200        |
| 5.1.3    | Representação Algébrica . . . . .                                 | 202        |
| 5.1.4    | Plano Complexo . . . . .  | 203        |
| 5.1.5    | Valor Absoluto . . . . .  | 203        |
| 5.1.6    | Complexo Conjugado . . . . .                                      | 204        |
| 5.1.7    | Representação Polar . . . . .                                     | 205        |
| 5.1.8    | Produto, Potências e Quocientes . . . . .                         | 207        |
| 5.1.9    | Raízes . . . . .  | 208        |
| 5.1.10   | Breves Noções Topológicas . . . . .                               | 209        |
| 5.2      | Funções de Uma Variável Complexa . . . . .                        | 210        |
| 5.2.1    | Definições . . . . .  | 210        |
| 5.2.2    | Limite de Uma Função . . . . .                                    | 211        |
| 5.2.3    | Funções Contínuas . . . . .                                       | 212        |
| 5.2.4    | Funções Deriváveis . . . . .                                      | 212        |
| 5.2.5    | Condições de Cauchy-Riemann . . . . .                             | 213        |
| 5.2.6    | Funções Analíticas . . . . .                                      | 215        |
| 5.2.7    | Funções Harmónicas . . . . .                                      | 215        |
| 5.2.8    | Funções Elementares . . . . .                                     | 216        |
| 5.3      | Problemas Resolvidos . . . . .                                    | 222        |
| 5.4      | Problemas Propostos . . . . .                                     | 232        |
| 5.5      | Referências . . . . .   | 235        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>6</b> | <b>Integrais de Funções Complexas</b>                                   | <b>237</b> |
| 6.1      | Curvas ou Linhas no Plano Complexo . . . . .                            | 237        |
| 6.2      | Regiões e Contornos Orientados no Plano Complexo . . . . .              | 238        |
| 6.3      | Integrais de Linha . . . . .  | 239        |
| 6.4      | Propriedades dos Integrais . . . . .                                    | 242        |
| 6.5      | Teorema de Cauchy . . . . .   | 243        |
| 6.6      | Teorema de Cauchy-Goursat . . . . .                                     | 245        |
| 6.7      | Corolários do Teorema de Cauchy-Goursat . . . . .                       | 246        |
| 6.7.1    | Corolário 1 . . . . .   | 246        |
| 6.7.2    | Corolário 2 . . . . .   | 246        |
| 6.8      | Regiões Multiplamente Conexas . . . . .                                 | 247        |
| 6.9      | Fórmula Integral de Cauchy . . . . .                                    | 248        |
| 6.10     | Fórmula Integral de Cauchy Para a Primeira Derivada . . . . .           | 251        |
| 6.11     | Fórmula Integral de Cauchy Para a Derivada de Ordem $n$ . . . . .       | 252        |
| 6.12     | Teorema de Morera . . . . .   | 252        |
| 6.13     | Desigualdade de Cauchy . . . . .  | 254        |
| 6.14     | Teorema de Liouville . . . . .  | 255        |
| 6.15     | Teorema Fundamental da Álgebra . . . . .                                | 255        |
| 6.16     | Problemas Resolvidos . . . . .  | 256        |
| 6.17     | Problemas Propostos . . . . .   | 260        |
| 6.18     | Referências . . . . .   | 261        |
| <br>     |   |            |
| <b>7</b> | <b>Séries Infinitas</b>   | <b>263</b> |
| 7.1      | Sucessões de Funções . . . . .  | 263        |
| 7.2      | Séries de Funções . . . . .   | 264        |
| 7.3      | Séries de Potências . . . . .   | 264        |
| 7.3.1    | Teoremas Sobre Séries de Potências . . . . .                            | 265        |
| 7.4      | Série de Taylor . . . . .   | 266        |
| 7.4.1    | Série de Maclaurin . . . . .  | 269        |
| 7.4.2    | Exemplos de Séries de Maclaurin . . . . .                               | 269        |
| 7.5      | Série de Laurent . . . . .  | 270        |
| 7.6      | Unicidade do Desenvolvimento em Série de Potências . . . . .            | 273        |
| 7.6.1    | Exemplos de Desenvolvimentos de Funções em Série de Potências . . . . . | 274        |
| 7.7      | Singularidades . . . . .  | 275        |
| 7.7.1    | Definição de Singularidade Isolada . . . . .                            | 275        |
| 7.7.2    | Singularidades Isoladas . . . . .                                       | 276        |
| 7.8      | Problemas Resolvidos . . . . .  | 278        |
| 7.9      | Problemas Propostos . . . . .   | 285        |
| 7.10     | Referências . . . . .   | 287        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>8</b> | <b>Teorema dos Resíduos</b>   | <b>289</b> |
| 8.1      | Resíduos . . . . .  | 289        |
| 8.2      | Cálculo de Resíduos . . . . .   | 289        |
| 8.2.1    | Singularidade Removível . . . . .   | 289        |
| 8.2.2    | Singularidade Essencial . . . . .   | 289        |
| 8.2.3    | Pólo de Ordem $k$ . . . . .   | 290        |
| 8.3      | Teorema dos Resíduos . . . . .  | 291        |
| 8.4      | Cálculo de Integrais . . . . .  | 293        |
| 8.4.1    | Valor Principal . . . . .   | 294        |
| 8.4.2    | Integrais do tipo $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ . . . . .                         | 294        |
| 8.4.3    | Integrais do tipo $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{mx} dx$ . . . . .                  | 301        |
| 8.4.4    | Integrais do tipo $\int_0^{2\pi} R(\cos \theta, \text{sen } \theta)d\theta$ . . . . . | 306        |
| 8.4.5    | Integrais do tipo $\int_0^{+\infty} f(x)x^{a-1} dx$ . . . . .                         | 308        |
| 8.5      | Problemas Resolvidos . . . . .  | 310        |
| 8.6      | Problemas Propostos . . . . .   | 324        |
| 8.7      | Referências . . . . .   | 328        |
| <b>9</b> | <b>Séries de Fourier</b>  | <b>329</b> |
| 9.1      | Introdução . . . . .  | 329        |
| 9.2      | Funções Periódicas . . . . .  | 331        |
| 9.2.1    | Definição . . . . .   | 331        |
| 9.2.2    | Propriedades das funções periódicas . . . . .   | 331        |
| 9.2.3    | Série Trigonométrica e Soma Parcial . . . . .   | 332        |
| 9.3      | Valor Médio de uma Função . . . . .   | 333        |
| 9.4      | Séries de Fourier e Coeficientes de Fourier . . . . .                                 | 336        |
| 9.5      | Condições de Dirichlet . . . . .  | 339        |
| 9.6      | Teorema de Parseval . . . . .   | 340        |
| 9.7      | Vantagens das Séries de Fourier . . . . .   | 340        |
| 9.8      | Outras Formas das Séries de Fourier . . . . .   | 341        |
| 9.8.1    | Outros Intervalos . . . . .   | 341        |
| 9.8.2    | Forma Simplificada da Série de Fourier . . . . .                                      | 341        |
| 9.8.3    | Formas Complexa das Séries de Fourier . . . . .                                       | 342        |
| 9.9      | Aplicações das Séries de Fourier . . . . .  | 345        |
| 9.9.1    | Onda Rectangular . . . . .  | 345        |
| 9.9.2    | Onda Dente de Serra . . . . .   | 346        |
| 9.10     | Fenómeno de Gibbs . . . . .   | 347        |
| 9.11     | Influência da Simetria nas Séries de Fourier . . . . .                                | 348        |
| 9.11.1   | Tipos de Simetria . . . . .   | 348        |
| 9.11.2   | Propriedades de Funções com Simetria Par e Ímpar . . . . .                            | 349        |
| 9.11.3   | Integrais de Funções com Simetrias . . . . .  | 350        |
| 9.11.4   | A influência das Simetrias nos Coeficientes de Fourier . . . . .                      | 351        |
| 9.12     | Extensão das Séries de Fourier . . . . .  | 352        |
| 9.12.1   | A Vantagem da Extensão . . . . .  | 352        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 9.12.2    | Extensão de Funções de Período $2\pi$ . . . . .   | 352        |
| 9.12.3    | Extensão de Funções de Período $2L$ . . . . .   | 354        |
| 9.13      | Propriedades das Séries de Fourier . . . . .  | 354        |
| 9.13.1    | Derivação . . . . .   | 354        |
| 9.13.2    | Integração . . . . .  | 356        |
| 9.14      | Resolução de EDLO com Séries de Fourier . . . . .   | 359        |
| 9.15      | Outra Abordagem . . . . .   | 360        |
| 9.16      | Problemas Resolvidos . . . . .  | 361        |
| 9.17      | Problemas Propostos . . . . .   | 370        |
| 9.18      | Referências . . . . .   | 372        |
| <b>10</b> | <b>Transformadas Integrais</b> . . . . .  | <b>373</b> |
| 10.1      | Introdução . . . . .  | 373        |
| 10.1.1    | Definição de Transformada Integral . . . . .  | 373        |
| 10.1.2    | Linearidade . . . . .   | 373        |
| 10.1.3    | Transformada Integral Inversa . . . . .   | 374        |
| 10.2      | Transformada de Laplace . . . . .   | 375        |
| 10.2.1    | Introdução . . . . .  | 375        |
| 10.2.2    | Definição . . . . .   | 376        |
| 10.2.3    | Região de Convergência . . . . .  | 376        |
| 10.2.4    | Propriedades da Transformada de Laplace . . . . .   | 378        |
| 10.2.5    | Transformada de Laplace de Algumas Funções . . . . .  | 382        |
| 10.2.6    | Convolução . . . . .  | 384        |
| 10.2.7    | Transformada de Laplace Inversa . . . . .   | 386        |
| 10.2.8    | Resolução de Equações Diferenciais Mediante a Utilização da Transformada de Laplace . . . . . | 389        |
| 10.2.9    | Tabelas das Transformadas de Laplace . . . . .  | 392        |
| 10.3      | Transformada de Fourier . . . . .   | 392        |
| 10.3.1    | Introdução . . . . .  | 392        |
| 10.3.2    | Teorema do Integral de Fourier . . . . .  | 392        |
| 10.3.3    | Transformada de Fourier . . . . .   | 396        |
| 10.3.4    | Propriedades da Transformada de Fourier . . . . .   | 397        |
| 10.3.5    | Transformada de Fourier de Algumas Funções . . . . .  | 401        |
| 10.3.6    | Convolução . . . . .  | 404        |
| 10.3.7    | Relação de Parseval . . . . .   | 407        |
| 10.3.8    | Representação de Funções Impares e Pares . . . . .  | 407        |
| 10.3.9    | Representação de Funções Periódicas . . . . .   | 409        |
| 10.3.10   | Resolução de Equações Diferenciais Mediante a Utilização da Transformada de Fourier . . . . . | 410        |
| 10.3.11   | Transformada de Fourier Discreta . . . . .  | 411        |
| 10.3.12   | Tabelas das Transformadas de Fourier . . . . .  | 414        |
| 10.4      | Problemas Resolvidos . . . . .  | 415        |
| 10.5      | Problemas Propostos . . . . .   | 432        |
| 10.6      | Referências . . . . .   | 435        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>11 Funções Especiais</b>   | <b>437</b> |
| 11.1 Função Gama . . . . .  | 437        |
| 11.1.1 Definição . . . . .  | 437        |
| 11.1.2 Relação de Recorrência . . . . .                                       | 439        |
| 11.1.3 Extensão da Função Gama . . . . .                                      | 440        |
| 11.1.4 Factorial Duplo . . . . .  | 441        |
| 11.1.5 Fórmula de Stirling . . . . .  | 441        |
| 11.2 Função Beta . . . . .  | 443        |
| 11.2.1 Definição . . . . .  | 443        |
| 11.3 Funções de Bessel . . . . .  | 444        |
| 11.3.1 Definição . . . . .  | 444        |
| 11.3.2 Relações de Recorrência . . . . .                                      | 446        |
| 11.3.3 Equação Diferencial . . . . .  | 448        |
| 11.3.4 Representação Integral . . . . .                                       | 448        |
| 11.3.5 Ortogonalidade . . . . .   | 450        |
| 11.3.6 Funções de Bessel de Ordem $n = p+1/2$ . . . . .                       | 452        |
| 11.3.7 Funções de Bessel de Segunda Espécie – Funções de<br>Neumann . . . . . | 453        |
| 11.3.8 Outras Funções de Bessel . . . . .                                     | 455        |
| 11.4 Polinómios de Legendre . . . . .   | 457        |
| 11.4.1 Definição . . . . .  | 457        |
| 11.4.2 Relações de Recorrência . . . . .                                      | 459        |
| 11.4.3 Equação Diferencial . . . . .  | 461        |
| 11.4.4 Ortogonalidade . . . . .   | 461        |
| 11.4.5 Paridade . . . . .   | 463        |
| 11.5 Polinómios Associados de Legendre . . . . .                              | 463        |
| 11.5.1 Definição . . . . .  | 463        |
| 11.5.2 Relações de Recorrência . . . . .                                      | 465        |
| 11.5.3 Equação Diferencial . . . . .  | 465        |
| 11.5.4 Ortogonalidade . . . . .   | 466        |
| 11.5.5 Paridade . . . . .   | 468        |
| 11.5.6 Harmónicas Esféricas . . . . .   | 468        |
| 11.6 Polinómios de Hermite . . . . .  | 469        |
| 11.6.1 Definição . . . . .  | 469        |
| 11.6.2 Relações de Recorrência . . . . .                                      | 470        |
| 11.6.3 Equação Diferencial . . . . .  | 472        |
| 11.6.4 Ortogonalidade . . . . .   | 473        |
| 11.7 Polinómios de Laguerre . . . . .   | 474        |
| 11.7.1 Definição . . . . .  | 474        |
| 11.7.2 Relação de Recorrência . . . . .                                       | 477        |
| 11.7.3 Equação Diferencial . . . . .  | 477        |
| 11.7.4 Ortogonalidade . . . . .   | 478        |
| 11.7.5 Paridade . . . . .   | 479        |
| 11.8 Polinómios Associados de Laguerre . . . . .                              | 479        |

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 11.8.1   | Definição . . . . .                             | 479        |
| 11.8.2   | Relação de Recorrência . . . . .                | 482        |
| 11.8.3   | Equação Diferencial . . . . .                   | 483        |
| 11.8.4   | Ortogonalidade . . . . .                        | 483        |
| 11.9     | Problemas Resolvidos . . . . .                  | 483        |
| 11.10    | Problemas Propostos . . . . .                   | 488        |
| 11.11    | Referências . . . . .                           | 491        |
| <b>A</b> | <b>Definições, Integrais e Fórmulas</b>         | <b>493</b> |
| A.1      | Alfabeto Grego . . . . .                        | 493        |
| A.2      | Definições e Teoremas . . . . .                 | 493        |
| A.3      | Fórmulas . . . . .                              | 494        |
| A.4      | Integrais Definidos . . . . .                   | 495        |
| A.5      | Integrais Indefinidos . . . . .                 | 497        |
| A.6      | Relações Trigonométricas . . . . .              | 498        |
| A.7      | Referências . . . . .                           | 501        |
| <b>B</b> | <b>Cônicas</b>                                  | <b>503</b> |
| B.1      | Cone Duplo . . . . .                            | 504        |
| B.2      | Parábola . . . . .                              | 505        |
| B.3      | Circunferência . . . . .                        | 508        |
| B.4      | Forma Geral das Cônicas . . . . .               | 510        |
| <b>C</b> | <b>Funções Generalizadas</b>                    | <b>513</b> |
| C.1      | Definições . . . . .                            | 514        |
| C.1.1    | Função de Ensaio . . . . .                      | 514        |
| C.1.2    | Sucessão Regular . . . . .                      | 515        |
| C.1.3    | Sucessões Equivalentes . . . . .                | 515        |
| C.1.4    | Função Generalizada . . . . .                   | 516        |
| C.2      | Função Delta de Dirac . . . . .                 | 517        |
| C.2.1    | Propriedades . . . . .                          | 517        |
| C.2.2    | Derivadas . . . . .                             | 518        |
| <b>D</b> | <b>Conceitos Básicos da Teoria de Conjuntos</b> | <b>519</b> |
| D.0.3    | Conjuntos . . . . .                             | 519        |
|          | <b>Soluções dos Problemas Propostos</b>         | <b>521</b> |